

1. Теңдеудің реттілігі бойынша

- Бірінші ретті ДТДТ:

Ең жоғары туынды — бірінші ретті дербес туынды.

Мысалы:

$$a(x, y)u_x + b(x, y)u_y = c(x, y, u)$$

- Екінші ретті ДТДТ:

Ең жоғары туынды — екінші ретті.

Мысалы:

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu = f$$

2. Сызықтылығы бойынша

- Сызықтық ДТДТ:

Ізделінді функция u және оның туындылары тек бірінші дәрежеде қатысады.

Мысалы:

$$u_t = ku_{xx}$$

- Сызықтық емес ДТДТ:

u немесе оның туындылары жоғары дәрежеде немесе көбейтінді түрінде қатысады.

Мысалы:

$$u_t = u u_x + ku_{xx}$$

3. Екінші ретті сызықтық теңдеулердің классификациясы (2 айнымалы үшін)

Жалпы түрі:

$$Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G$$

Дискриминант бойынша жіктеледі:

$$\Delta = B^2 - AC$$

Түрі	Шарт	Мысалы	Физикалық мағына
Эллипстік	$\Delta < 0$	Лаплас теңдеуі: $u_{xx} + u_{yy} = 0$	Тұрақты күй процестері (жылу, потенциал өрісі)
Параболалық	$\Delta = 0$	Жылу теңдеуі: $u_t = ku_{xx}$	Диффузиялық процестер
Гиперболалық	$\Delta > 0$	Толқын теңдеуі: $u_{tt} = c^2u_{xx}$	Толқындық процестер

4. Айнымалылар саны бойынша

- Екі айнымалы: $u(x, y)$
 - Үш айнымалы: $u(x, y, z)$
 - Көп айнымалы: $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$
-

5. Коэффициенттердің тұрақтылығы бойынша

- Тұрақты коэффициенттермен теңдеу: коэффициенттер айнымалыларға тәуелсіз.
 - Айнымалы коэффициенттермен теңдеу: коэффициенттер x, y, t -ға тәуелді.
-

Қорытынды

Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулердің негізгі үш типі:

- Эллипстік
- Параболалық
- Гиперболалық

Бұл классификация теңдеулердің шешімдерінің қасиеттерін, физикалық мағынасын және қолданылатын әдістерін анықтайды.

1. Физикадағы қолданылуы

а) Жылу өткізгіштік процесі (жылу теңдеуі)

$$u_t = k u_{xx}$$

- Мұнда $u(x, t)$ — температура, k — жылу өткізгіштік коэффициенті.
- Бұл теңдеу жылудың таралуын сипаттайды (мысалы, металдың қызуы мен суынуы).

б) Толқындық процестер (толқын теңдеуі)

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

- $u(x, t)$ — тербеліс амплитудасы, c — толқын таралу жылдамдығы.
- Қолданысы: дыбыс, жарық, су толқындары, механикалық тербелістер.

в) Электрмагниттік өрістер (Максвелл теңдеулері)

- Электр және магнит өрістерінің өзара әрекеттесуін сипаттайды.
- Қолданысы: радиотехника, байланыс, оптика, электродинамика.

г) Сұйық және газ механикасы (Навье–Стокс теңдеулері)

$$\rho(u_t + (u \cdot \nabla)u) = -\nabla p + \mu \Delta u$$

- Сұйықтың қозғалысын сипаттайды.
- Қолданысы: аэродинамика, гидродинамика, ауа райын болжау.

2. Инженерия мен техникада

- Құрылыс инженериясы: деформация, кернеу және серпімділік процестерін есептеу (Ламе теңдеулері).
- Энергетика: жылу алмасу мен турбулентті ағындарды есептеу.
- Авиация және ғарыш техникасы: ауа ағыны мен температураның үлестірілуін модельдеу.
- Материалтану: температура мен кернеудің таралуын талдау.

3. Биология мен экологияда

- Популяция динамикасы (диффузия-реакция теңдеулері):

$$u_t = D u_{xx} + R(u)$$

Мұнда $u(x, t)$ — популяция тығыздығы, $R(u)$ — көбею немесе өлу функциясы.

Қолданысы: аурулардың таралуы, биологиялық көші-қон, экожүйелер моделі.

4. Экономика мен қаржыда

- Блэк–Шоулз теңдеуі (опцион бағалау моделі):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

Мұнда $V(S, t)$ — опцион бағасы, σ — құбылмалылық.

Қолданысы: бағалы қағаздар нарығын модельдеу.

5. Геофизика және метеорология

- Жер сілкінісі мен дыбыс толқындарының таралуы.
 - Атмосфералық процестерді және теңіз ағындарын модельдеу.
 - Жер қойнауындағы жылу мен қысым таралуы.
-

6. Медицина және физиология

- Қан ағымының моделдері, нейрондық импульстардың таралуы.
 - Денедегі жылу таралуын зерттеу (мысалы, термотерапия).
-

Қорытынды

Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер:

- Табиғаттағы үздіксіз процестерді сипаттайтын әмбебап модель;
- Көптеген ғылымдар мен техникалық жүйелердің негізгі математикалық тілі болып табылады.